

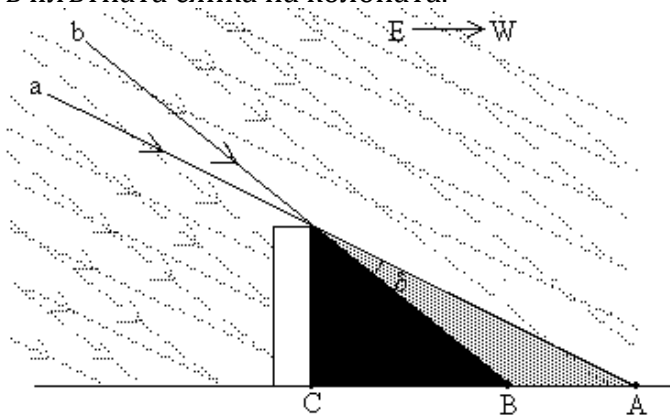
**III кръг на IV национална олимпиада по астрономия, април 2001г.
УЧЕНИЦИ VII ÷ VIII КЛАС**

Задача 1. Нека вертикална цилиндрична колона се намира на екватора. При равноденствие около момента на местно пладне плътната сянка на колоната изчезва.

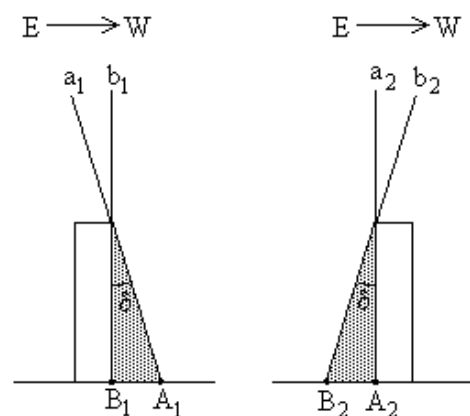
* Каква е продължителността на интервала от време, през който колоната не хвърля плътна сянка?

* Нека P е произволна точка от цилиндричната повърхност на колоната. Когато Слънцето е точно в зенита, каква част от слънчевия диск осветява точката P ?

Задача 1. На екватора при равноденствие Слънцето минава през зенита в момента на местното пладне. Слънцето е на огромно разстояние от нас. Затова ще считаме, че, примерно, от най-горната точка от видимия слънчев диск към земната повърхност пада сноп успоредни лъчи, а от най-долната точка на слънчевия диск – друг сноп успоредни лъчи (фиг. 1а). Двата снопа сключват помежду си ъгъл, равен на видимия ъглов диаметър на Слънцето δ . Лъчът b , идващ от горния край на слънчевия диск, и минаващ покрай най-западната точка на горния ръб на колоната, ограничава областта СВ, където не попадат никакви слънчеви лъчи и която е плътната сянка на колоната. Лъчът a , идващ от долния край на слънчевия диск, и минаващ покрай същата точка от ръба на колоната, ограничава областта ВА, където е полусянка. Нека един наблюдател върви към колоната от запад към изток. Докато се намира западно от точка А, той ще вижда целия слънчев диск. Когато достигне точка А, долният край на слънчевия диск ще започне да се скрива. Докато наблюдателят е между точка А и точка В, той ще вижда част от слънчевия диск. Когато стигне до точка В вече и горният край на слънчевия диск ще се скрие зад колоната и по-нататък наблюдателят ще навлезе в плътната сянка на колоната.



Фиг. 1а



Фиг. 1б

Фиг. 1в

Плътната сянка на колоната ще изчезне, когато Слънцето при своето видимо денонощно движение се измести на запад до положението, в което горният край (тук вече ще го наричаме западен край) на видимия слънчев диск застане в зенита и снопът успоредни лъчи от него е перпендикулярен на земната повърхност и успореден на цилиндричната повърхност на колоната (фиг. 1б). В случая разглеждаме само лъча b_1 , минаващ покрай западната точка на горния ръб на колоната. Лъчът a_1 , идващ от източния край на слънчевия диск, маркира

границата на полусянката на колоната. Колоната ще има само полусянка. Това ще продължи докато Слънцето се измести още малко, така че източният край на слънчевия диск да застане в зенита (фиг.1в) и снопът лъчи от него да е перпендикулярен на земната повърхност. Този път разглеждаме само лъча a_2 , минаващ покрай източната точка от горния ръб на колоната. Лъчът b_2 , идващ от западния край на слънчевия диск, очертава границата на полусянката. От този момент нататък колоната пак ще има и плътна сянка, но вече от източната си страна.

Означаваме с T_1 момента от време, съответстващ на ситуацията, представена на фиг. 1б, а с T_2 – момента, съответстващ на ситуацията на фиг. 1в. Търсеният интервал от време, през който колоната няма плътна сянка, е:

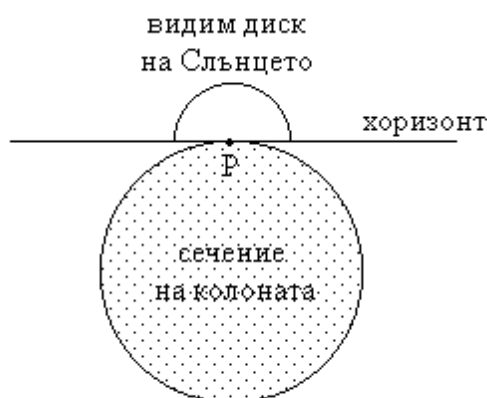
$$\Delta T = T_2 - T_1$$

За този интервал Слънцето се е преместило на ъглово разстояние, равно на ъгъла между лъчите a_1 от фиг.1б и a_2 от фиг.1в (или което е все едно, ъгъла между лъчите b_1 и b_2). Но този ъгъл е равен на видимия ъглов диаметър на Слънцето δ . Времето, за което Слънцето при видимото си денонощно движение се измества на разстояние δ , е:

$$\Delta T = (\delta / 360^\circ) \cdot 24^h \approx 2^{\text{min}}$$

Тук 24^h е продължителността на слънчевото денонощие.

Точката Р е произволна точка от цилиндричната повърхност на колоната. Казваме, че Слънцето е точно в зенита, когато центърът на видимия му диск е в зенита. Да си представим наблюдател с точкови размери, който е в Р. За него хоризонтът ще бъде равнина, допирателна към цилиндричната повърхност на колоната (фиг. 2).



Фиг. 2

Зрителен лъч от наблюдателя Р към зенита ще съвпада с правата, в която равнината на хоризонта се допира до колоната. Този лъч сочи също и към центъра на видимия слънчев диск, понеже той е в зенита. Следователно над хоризонта за точка Р ще бъде точно половината от слънчевия диск. Това ще е и частта от него, която осветява точката Р.

III кръг на IV национална олимпиада по астрономия, април 2001 г. УЧЕНИЦИ VII ÷ VIII КЛАС

Задача 2. На 15 април 2001 година (Великден) два кораба тръгват на околосветско пътешествие от Великденския остров. Първият кораб тръгва на изток, а

вторият на запад. Двата кораба се движат с една и съща скорост, която е постоянна през цялото време, и не спират на никое пристанище. Маршрутът им е също еднакъв, макар да го изминават в две противоположни посоки. Първият кораб се връща на Великденския остров на 1 април 2002 година.

* На коя дата се връща на Великденския остров вторият кораб?

* Колко нощни вахти ще дадат моряците на първия кораб по време на пътешествието? А на втория? Обяснете получените резултати.

Задача 2. Щом като двата кораба се движат с една и съща и постоянна скорост, без да спират на пристанища и по един и същ маршрут, макар и в противоположни посоки, то очевидно те ще изминат своя път за едно и също време и ще се върнат на Великденския остров в един и същ ден. Вторият кораб ще се върне в началната точка на пътешествието на същата дата, както и първия – 1 април 2002 г., или след $365 - 14 = 351$ дни.

Първият кораб тръгва на изток и следователно ще пресече линията на смяна на датите (180-градусовия меридиан) от запад на изток. За моряците на този кораб една дата ще трябва да се повтори. Те ще трябва да дадат $351 + 1 = 352$ нощни вахти. Вторият кораб ще пресече линията на смяна на датите от изток на запад и за неговия екипаж една дата ще бъде прескочена. Моряците там ще дадат $351 - 1 = 350$ нощни вахти.

От една страна ние твърдим, че времето за пътуване на двата кораба е еднакво, те тръгват от Великденския остров на една и съща дата и се връщат на една и съща дата. От друга страна пресметнахме, че за моряците на първия кораб са изминали 352 денонощия, за моряците на втория кораб 350 денонощия, а за очакващите ги жители на Великденския остров 351 денонощия. Привидното противоречие се обяснява по следния начин. Броят на денонощията, които изминават за даден наблюдател, е равен на броя на видимите пълни денонощни завъртания на Слънцето по небесната сфера, на които той е свидетел. Този брой се определя от броя завъртания около земната ос, в които участва наблюдателят. Жителите на Великденския остров са се завъртели около земната ос заедно със самия остров 351 пъти за времето на пътешествието (разглеждаме движението относно координатна система, в която Земята е неподвижна спрямо Слънцето, за да не отчитаме разликата между звездните и слънчеви денонощия). Първият кораб, обаче, освен че участва във въртенето на Земята, пътува на изток, т.е. по посока на същото това въртене. Следователно той извършва 351 завъртания около земната ос плюс още едно, което е самото му околосветско пътешествие. Ъгловата му скорост около оста на Земята е по-голяма, отколкото тази на неподвижна точка от Земята. Затова за моряците на него денонощието е по-кратко, отколкото денонощието за хората на Великденския остров и времето на пътешествието се разделя на брой денонощия, които са с едно повече, отколкото за хората на Великденския остров. Вторият кораб се движи в посока, обратна на посоката на въртене на Земята и участват в брой завъртания около земната ос, който е с едно по-малък от 351, но тези денонощия са с по-голяма продължителност.

III кръг на IV национална олимпиада по астрономия, април 2001г.

УЧЕНИЦИ VII ÷ VIII КЛАС

Задача 3. За наблюдател на повърхността на Луната Земята също показва фази, както за нас Луната.

* Оценете приблизително отношението на видимия блясък на Земята във фаза "пълноземие" за лунен наблюдател и видимия блясък на Луната в пълнолуние за земен наблюдател. Лунната повърхност отразява част от попадналата върху нея слънчева светлина и я разсейва във всякакви посоки. Считайте, че Луната

осветява Земята като равномерно ярък диск. Същото може да се каже и за светенето на Земята.

* Каква е звездната величина на Земята в "пълноземие" за лунния наблюдател?

Вероятно сте наблюдавали как около новолуние освен тънкия светещ сърп на Луната, се вижда и слабо сияние на "тъмната", неосветената от Слънцето страна на Луната, която е обърната към нас (пепелна светлина).

* Какво представлява пепелната светлина и защо се наблюдава?

Задача 3. Видимият блясък на Луната, гледана от Земята, както и на Земята, гледана от Луната, зависи от разстоянието до тях. Той зависи също и от разстоянието им до осветяващото ги тяло, т. е. до Слънцето. Но разстоянието от Луната до Земята е равно на разстоянието от Земята до Луната, а разстоянията от Земята и от Луната до Слънцето са приблизително еднакви. Поради това и поради факта, че се търси отношението на блясъците им, ние можем да не разглеждаме тези зависимости. Остава да оценим как отношението на техните блясъци зависи от техните размери и от отражателната способност на техните повърхности. Блясъкът на всяко едно от телата е право пропорционален на площта на видимия диск на съответното тяло, както и на неговото алbedo.

$$W_3 \sim A_3 \pi R_3^2$$

$$W_L \sim A_L \pi R_L^2$$

където W_3 и W_L са осветеностите, които създават Земята и Луната за съответния наблюдател (а те са мярка за видимия блясък на телата), A_3 и A_L са отражателните способности, или албедото на Земята и Луната, а R_3 и R_L са техните радиуси. Оттук получаваме търсеното отношение на видимите блясъци на Земята в "пълноземие" и Луната в пълнолуние:

$$W_3 / W_L = A_3 R_3^2 / A_L R_L^2$$

$$W_3 / W_L \approx 42$$

Блясъкът на Земята в "пълноземие" за лунния наблюдател е около 42 пъти по-силен от блясъка на Луната в пълнолуние за ЗЕМНИЙ наблюдател.

Звездната величина на Земята m_3 намираме чрез формулата на Погсон:

$$\lg (W_3 / W_L) = 0.4 (m_L - m_3)$$

$$m_3 = m_L - 2.5 \lg (W_3 / W_L)$$

$$m_3 = -16^m.8$$

III кръг на IV национална олимпиада по астрономия, април 2001 г.

УЧЕНИЦИ VII ÷ VIII КЛАС

Задача 4. През юни 2005 г. космическа експедиция достига Плутон. От контролния център на Земята внимателно следят малката светла точка на планетата в съзвездие Змиеносец. Увлечени в изучаването на ледените вулкани, участниците в експедицията се сещат да изпратят поредната порция ценни данни чрез радиосигнали към Земята седем часа преди залеза на Слънцето, заедно с искане за по-нататъшни инструкции. Най-малко след колко време би могъл да се получи отговор от Земята?

Задача 4. Както се вижда от звездната карта, през юни слънцето е в съзвездията Бик или Близнаци. Змиеносец, където е Плутон, е в диаметрално противоположната част на еклиптиката. Следователно Плутон е приблизително в противоположене и разстоянието от Земята до него е:

$$r = r_{\text{П}} - r_{\text{З}}$$

където $r_{\text{П}}$ и $r_{\text{З}}$ са съответно разстоянията от Плутон до Слънцето и от Земята до Слънцето, които можем да вземем от таблиците с данните за планетите. Радиосигналите с данните на експедицията пътуват от Плутон до Земята за време:

$$t = (r_{\text{П}} - r_{\text{З}}) / c$$

където $c = 300\,000 \text{ km/s}$ е скоростта на светлината. Отговорът от Земята пътува до Плутон още толкова време. За да се изпрати сигнал до Земята и да се получи отговор от Земята е необходимо време:

$$\Delta t = 2(r_{\text{П}} - r_{\text{З}}) / c$$

$$\Delta t \approx 10^{\text{h}}.68$$

Но изследователите от експедицията изпращат данните към Земята едва 7^{h} преди залеза на Слънцето на Плутон. Това означава, че поради околоосното въртене на Плутон 7^{h} след изпращането на сигнала те ще се намират от обратната спрямо Слънцето страна на Плутон, която е и обратната спрямо Земята страна. Така че ако от Земята им отговорят веднага след като получат данните, членовете на експедицията няма да могат да получат отговора. Контролният център на Земята трябва да се съобрази с това и да изпрати отговора $t = \Delta t / 2 = 5.34$ часа преди следващия изгрев на Слънцето на Плутон. Най-малкото време от момента на изпращането на данните към Земята до получаването на отговора ще бъде:

$$\Delta t_1 = P / 2 + 7^{\text{h}}$$

където $P = 6.387$ дни е периодът на околоосно въртене на Плутон.

$$\Delta t \approx 3.485 \text{ земни денонощия} \approx 3^{\text{d}}12^{\text{h}}$$

III кръг на IV национална олимпиада по астрономия, април 2001г.

УЧЕНИЦИ VII ÷ VIII КЛАС

Практическа задача. Разполагате с две изображения на Луната и част от небето около нея. Те са заснети по време на лунното затъмнение при наблюдението, организирано от Астрономическата обсерватория във Варна на 9 януари 2001 г. Едната снимка е направена в $20^{\text{h}}20^{\text{m}}58^{\text{s}}$ UT. На нея е фиксирано начало на окултация (покритие) на една звезда от Луната. Звездата се намира непосредствено на границата на видимия лунен диск. Другата снимка е направена известно време преди началото на окултацията и същата звезда се вижда все още отдалечена от лунния диск.

Обозначете на двете снимки звездата, която участва в окултацията.

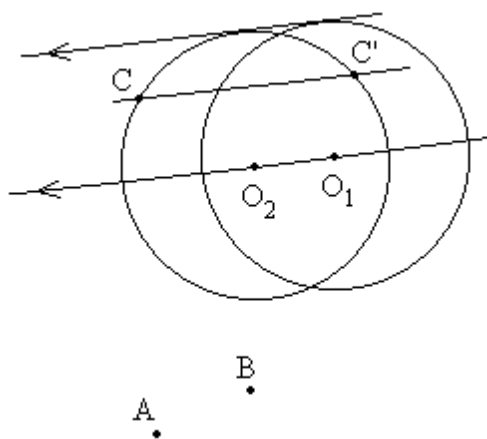
Определете точката по границата на видимия лунен диск, където е станало откритието на звездата след края на окултацията.

Пресметнете колко време е продължила окултацията на звездата.

Обяснете вашето решение и коментирайте накратко факторите, от които зависи точността на получените резултати.

Практическа задача. Звездата, участваща в окултацията, означаваме с С. За да намерим точката от края на лунния диск, в която е станало откритието на звездата, трябва да определим направлението на движението на Луната на фона на звездите. Това може да стане по два начина. Първият начин е да копираме върху прозрачната милиметрова хартия положението на Луната и на звездата С от снимка 1, после да наложим копирания лунен диск върху лунния диск на снимка 2 и да копираме оттам новото положение на звездата С. Този начин, обаче, е много неточен, защото когато налагаме изображението на Луната от снимка 1 върху това на снимка 2, ние не можем точно да ориентираме лунния диск. Бихме могли освен неговия контур, да копираме и някои детайли от релефа на снимка 1 и така да установим същата ориентация на Луната, когато налагаме прозрачната хартия върху снимка 2, но детайлите са твърде размити.

Затова постъпваме по друг начин. Копираме звездите А, В и С и също колкото се може по-точно целия контур на лунния диск от снимка 1. После налагаме копираните положения на звездите А, В и С върху снимка 2 и копираме отново целия контур на лунния диск, който вече е отместен спрямо първото си положение 1 в положение 2. Внимателно измерваме диаметъра на лунния диск, като използваме хоризонталните и вертикалните линии от милиметровата мрежа, от които лунният диск отсича най-дълги хорди. Той е $d = 51 \text{ mm}$. Някъде близо до пресечната точка на тези най-дълги хорди е и центърът на лунния диск.



Определяме центровете O_1 и O_2 на лунния диск в положенията 1 и 2. Правата, свързваща O_1 и O_2 , показва направлението, в което Луната се движи на фона на звездното небе. Тази права би могла да се получи и като се построи обща допирателна към двата лунни диска, копирани върху прозрачната хартия. Построяваме нова права линия, успоредна на вече построената права, през точка С, където е звездата в началото на окултацията.

Това можем да направим, като очертаем един правоъгълник по линиите на милиметровата мрежа, чиито диагонал се явява правата O_1O_2 , и определим в какво съотношение са дължините на неговите страни. После построяваме подобен на него правоъгълник с връх в точка С. Диагоналът на този правоъгълник ще е част от права, минаваща през С и успоредна на O_1O_2 . Тази права пресича лунния диск с център O_2 в точка C' . Тя именно е точката, в която става откритието на звездата.

За да намерим колко време е продължила окултацията на звездата, трябва да пресметнем за колко време Луната при видимото си движение на фона на звездите, се премества на разстояние CC' . Считаме, че това е дъга от голям кръг от

небесната сфера. Видимият ъглов диаметър на Луната е $\delta = 0.5^\circ$ и на снимките това съответства на разстояние $d = 51 \text{ mm}$, както установихме. Дължината на хордата CC' е $d_1 = 41.5 \text{ mm}$. Следователно ъгловата дължина на дъгата CC' е:

$$\delta_1 = \delta d_1 / d$$

Едно пълно завъртане на фона на звездите Луната прави за един сидеричен лунен месец, който е $T = 27.3$ денонощия. Път, равен на δ_1 Луната ще измине за време:

$$T_1 = T \delta_1 / 360^\circ$$
$$T_1 = (T / 360^\circ) (\delta d_1 / d)$$
$$T_1 \approx 44 \text{ min}$$

Точността на получения резултат зависи от точността на нашите построения и измервания. Мащабът на снимките и милиметровата мрежа ни дават възможност да измерваме с точност до 0.5 mm . В действителност, обаче, ние не я постигаме, защото копирането на изображенията внася допълнителни неточности, също както и процедурите по построяването на правата CC' . Точността на получения резултат зависи също и от точността на изходните данни, които са ни дадени. Това са сидеричният лунен месец, и ъгловият диаметър на видимия лунен диск. Освен това, в решаването на задачата ние приемаме, че Луната се движи по окръжност с постоянна скорост, което не е вярно. Скоростта на движението на Луната по небесната сфера зависи от това в кой участък от елиптичната орбита тя се намира.